

文章编号: 1000-7598-(2008) 09-2515-06

考虑中主应力时土体劈裂灌浆 力学机制的大变形分析

邹金锋, 罗 恒, 李 亮, 杨小礼, 谢 东

(中南大学 土木建筑学院, 湖南长沙 410075)

摘 要: 在塑性力学和大变形理论的基础上分析土体在劈裂灌浆初始阶段的力学机制, 将劈裂灌浆的初始阶段视为无限土体中的圆孔扩张问题, 并将圆孔周围土体中的应力分布分为两个区域。在弹性区中土体服从小变形假设, 在塑性区中服从大变形假设。假设初始劈裂灌浆压力是圆孔扩张到极限时极限扩孔压力; 当土体在灌浆压力作用下, 大小主应力正好换位时, 则出现劈裂时的灌浆压力就为二次劈裂灌浆压力值, 推导出塑性区半径、劈裂灌浆的竖向劈裂灌浆和水平向劈裂灌浆压力的理论解答, 同时也获得了弹塑性区中的应力场分布规律。该理论的计算结果与工程实测结果比较接近, 初步证实了该理论的可靠性。

关 键 字: 劈裂灌浆; 大变形; 剪胀; 塑性区半径; 极限扩孔压力

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

Mechanism analysis of fracture grouting in soil with large strain considering intermediate principal stress

ZOU Jin-feng, LUO Heng, LI Liang, YANG Xiao-li, XIE Dong

(School of Civil and Architectural Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: On the bases of the plastic mechanical mechanism and the large strain, the early phase of fracture grouting is regarded as the question of cavity expansion in infinite soil. The stress distribution due to the cavity expansion in soil is considered as two zones. The deformation following little deformation in elastic zone and large-deformation in plastic zone is taken into consideration. The initial fracturing grouting pressure is the limited expansion pressure and the second fracture grouting take place when the large and small stress of soil is conversion. On the bases of the stress equilibrium equation and continuous boundary condition of stress and deformation, the stress distribution in the elastic-plastic zones, the terminal plastic zone radius and fracturing grouting pressure are obtained. According to the compassion, the result of the present theory is very near to that of the engineering practice.

Key words: fracture grouting; large strain; dilation; plastic zone; radius; limit pressure of cavity expansion

1 引 言

尽管劈裂灌浆技术在软土地基、隧道、路基和堤坝的加固中都有着广泛的应用^[1-6], 但对其机制的认识目前依然处于定性^[1]、水力致裂法以及弹性力学的分析阶段^[7], 虽然这些方法被用于分析岩石裂隙中的劈裂灌浆力学, 但利用它们分析土体劈裂灌浆的灌浆机制还不够完善^[1], 能够综合考虑土劈裂灌浆时剪胀、大变形以及土体强度变化等特性的

分析更不多见。笔者曾以圆孔扩张理论为基础, 并考虑土体的大变形特性, 对应变软化土体的劈裂灌浆力学机制进行过分析^[8-10], 但只能适用于不考虑强度和剪胀因素的情况, 而迄今为止, 能够综合考虑上述多种因素的分析方法尚不多见。

正是基于上述原因, 本文仍将以扩孔理论为基础, 将圆孔周围的土体分为弹塑性两个区域, 土体在未达到屈服时的应力-应变关系遵从线性小变形准则, 屈服之后服从统一强度准则和大变形规律,

收稿日期: 2006-10-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 50408020); 教育部新世纪优秀人才计划基金项目 (No. 05-0686)。

作者简介: 邹金锋, 1978 年生, 男, 博士, 主要从事软土地基处理及岩土灌浆技术的应用研究。Email: zoujinfeng_0@163.com

同时考虑土体发生的剪胀现象, 假设初始劈裂灌浆压力是圆孔扩张到极限时极限扩孔压力; 当土体在灌浆压力作用下, 大小主应力正好换位时, 则出现劈裂时的灌浆压力就为二次劈裂灌浆压力值。本文对土体在劈裂灌浆初始阶段的力学特性、土体的变形、压缩模量和灌浆压力之间的关系进行了理论分析, 最终给出劈裂灌浆压力和塑性区扩孔半径的理论解答, 分析了中主应力、剪胀等因素对塑性区半径和灌浆压力的影响, 以期对劈裂灌浆的设计和施工提供更加完善的理论依据。

2 基本假设

根据试验^[1-7], 劈裂灌浆是一个先压密后劈裂的过程, 浆液和土体的相互作用机制可以分为 3 个阶段: 初始鼓泡压密阶段、劈裂流动阶段和被动土压力阶段。灌浆开始时, 由于浆液所具备的能量不大, 不能劈裂地层, 浆液都聚集在灌浆管的孔口附近, 形成以灌浆管为主体的球形或柱形浆泡; 随着后续浆液不断地注入以及灌浆压力不断增大, 浆泡将逐渐向四周扩张并继续挤压土体; 当土体受到压缩而屈服以至于流动破坏时, 土体就会被灌浆压力所劈开, 此时, 浆液的浆泡将互相连通, 从而在土体中形成纵横交错的浆脉, 土体的承载能力也显著提高。因此, 劈裂灌浆初始阶段的整个力学过程主要是土体在受到挤压后的变形、屈服直至最终破坏而被劈裂的过程。基于以上分析, 本文作如下假设:

(1) 劈裂灌浆的鼓泡压密阶段可以视为圆孔扩张问题, 按照平面应变条件来处理。为了分析问题方便, 将圆孔周围土体的应力分布分为两个区域: 塑性区和弹性区 (如图 1 所示)。图 1 中, a_0 为圆孔的初始半径, a_u 为最终扩孔半径, r_p 为塑性区半径, p 为作用在圆孔壁上的浆液的接触压力, p_0 为作用在无限远处的静止土压力, r_0 为土体中某一点的半径, u_p 为弹塑性边界处的微小位移。根据受力, 本文中的 σ_r 、 σ_θ 分别与 σ_1 、 σ_3 相对应, 应变符号也有相同的对应关系。

(2) 统一强度理论具有明确的物理概念, 简单的数学表达式, 符合试验结果, 已在国内外的各个工程中得到了较好的应用与推广^[11,12]。该理论是以双剪应力单元体为物理模型。它考虑到作用在应力单元体上的所用剪应力及其相应的正应力对材料屈服和破坏的不同影响, 并充分考虑了中间主应力在不同应力条件下对材料屈服或者破坏的影响, 从金属到岩土类材料均可适用。

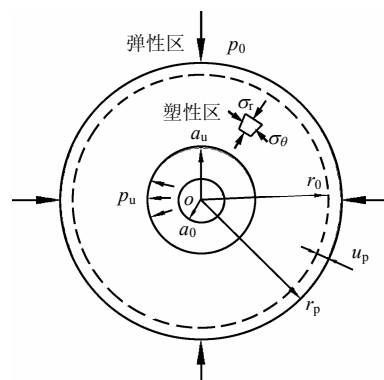


图 1 圆孔扩张分析示意图

Fig.1 The show of analysis for cavity expansion

根据统一强度准则, 土体的屈服函数可以表示为

$$\sigma_r = M\sigma_\theta + \sigma_0 \quad (1)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{2(1+b)(1+\sin\varphi) + mb(\sin\varphi - 1)}{[2(1+b) - mb](1 - \sin\varphi)} \\ \sigma_0 &= \frac{4(1+b)c \cos\varphi}{[2(1+b) - mb](1 - \sin\varphi)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(3) 在弹性区中采用弹性小变形理论, 在塑性区中采用大变形理论。因为在弹性区中土体服从小变形理论, 因此, 由弹性理论可得

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (3)$$

式中: ε_r 和 ε_θ 分别为径向和环向应变。

根据大变形理论^[13-15], 则有

$$\varepsilon_r = -\ln\left(\frac{dr}{dr_0}\right), \quad \varepsilon_\theta = -\ln\left(\frac{r}{r_0}\right) \quad (4)$$

式中: r_0 为土体内任意一点的半径, 在扩张过程中由初始半径 r_0 扩张到 r 。

当圆孔由初始半径 r_0 扩张到 r 时, 弹性区体积应变的表达式为

$$\varepsilon_v = \varepsilon_r + k\varepsilon_\theta \quad (5)$$

式中: k 为系数。当 $k=1$ 时, 为柱形圆孔; 当 $k=2$ 时, 为球形圆孔。

在塑性区中, 径向和环向总应变包括弹性应变和塑性应变两部分:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^e + \varepsilon_r^p, \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^p \quad (6)$$

为了确定塑性区中的位移场, 在塑性区采用非相关联流动准则, 并假设弹性应变相对于塑性应变

来说很小。在平面应变条件下, 径向应变和环向应变的塑性变形可以写为

$$h\varepsilon_r^p + k\varepsilon_\theta^p = 0 \quad (7)$$

式中: $h = (1 + \sin\psi)/(1 - \sin\psi)$; ψ 为剪胀角; ε_r^p , ε_θ^p 分别为塑性区内的径向和环向塑性应变。

3 浆液压缩土体的弹塑性解析解

3.1 弹性区($r \geq r_p$)

在圆孔扩张问题中, 根据力学平衡方程, 在任一点处, 土体的应力有如下关系:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + k \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (8)$$

在弹性区中, 根据轴对称问题的解答和边界条件, 可得弹性状态下土体的应力场、径向净位移、极限弹性应变分别为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= (\sigma_{r_p} - p_0) \left(\frac{r_p}{r} \right)^{k+1} + p_0 \\ \sigma_\theta &= -\frac{(\sigma_{r_p} - p_0)}{k} \left(\frac{r_p}{r} \right)^{k+1} + p_0 \\ u &= \frac{(1+\nu)(\sigma_{r_p} - p_0)}{E} \frac{r_p}{k} \left(\frac{r_p}{r} \right)^k \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$u_{r_p} = \frac{(1+\nu)(\sigma_{r_p} - p_0)}{E} \frac{r_p}{k} = \frac{q_p r_p}{2kG\sqrt{k+2}} \quad (10)$$

$$\varepsilon_r^e = -k\varepsilon_\theta^e = \frac{(1+\nu)(\sigma_{r_p} - p_0)}{E} = B_0 \quad (11)$$

利用边界条件: $\sigma_r|_{r=r_p} = p$, $\lim_{r \rightarrow \infty} \sigma_r = p_0$, 可得弹性区的极限应力为

$$\sigma_{r_p} = \frac{(k+1)Mp_0 + k\sigma_0}{M+k}, \quad \sigma_{\theta_p} = \frac{(k+1)p_0 - \sigma_0}{M+k} \quad (12)$$

则弹塑性交界处的偏应力为

$$q_p = \frac{\sqrt{k+2}}{2} (\sigma_{r_p} - \sigma_{\theta_p}) \quad (13)$$

3.2 塑性区($a_u \leq r \leq r_p$)

联立式(4)、式(6)、式(7)可得塑性区内位移协调方程为

$$h \ln \left(\frac{dr}{dr_0} \right) + k \ln \left(\frac{r}{r_0} \right) = -B_0(h-1) \quad (14)$$

解式(14)可得

$$e^{\frac{B_0(h-1)}{h}} \left(r^{\frac{k}{h}+1} - r_0^{\frac{k}{h}+1} \right) = a^{\frac{k}{h}+1} - a_0^{\frac{k}{h}+1} \quad (15)$$

则在弹塑性边界上有

$$e^{\frac{B_0(h-1)}{h}} \left[r^{\frac{k}{h}+1} - (r - u_{r_p})^{\frac{k}{h}+1} \right] = a^{\frac{k}{h}+1} - a_0^{\frac{k}{h}+1} \quad (16)$$

利用泰勒展开式, 并忽略掉 u_{r_p}/r 的高次项, 则式(16)可写为

$$e^{\frac{B_0(h-1)}{h}} \frac{q_p}{G} \frac{(k+h)}{h(k+1)\sqrt{k+2}} \left(\frac{r_p}{a} \right)^{\frac{k}{h}+1} + \left(\frac{a_0}{a} \right)^{\frac{k}{h}+1} = 1 \quad (17)$$

当 $a_0/a_u \rightarrow 0$ 时, 则 $r/a_u \rightarrow r_p/a_u$, 因此, 式(17)可以简化为

$$\left(\frac{r_p}{a_u} \right)^{\frac{k}{h}+1} = \frac{G}{q_p} \frac{h(k+1)\sqrt{k+2}}{(k+h)} e^{\frac{B_0(h-1)}{h}} \quad (18)$$

解式(10)可得径向应变和环向应变分别为

$$\varepsilon_\theta = \frac{h}{k+h} \ln \left[1 - \frac{q_p}{G} \frac{(k+h)}{h(k+1)\sqrt{k+2}} \left(\frac{r_p}{r} \right)^{\frac{k}{h}+1} \right] \quad (19)$$

$$\varepsilon_r = -\frac{k}{k+h} \ln \left[1 - \frac{q_p}{G} \frac{(k+h)}{h(k+1)\sqrt{k+2}} \left(\frac{r_p}{r} \right)^{\frac{k}{h}+1} \right] + \quad (20)$$

$$B_0 \frac{(h-1)}{h}$$

利用塑性区内的边界条件: $\sigma_r|_{r=r_p} = [(k+1)Mp_0 + k\sigma_0]/(M+k)$, 可得塑性区内的应力场解答为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \left[\sigma_{r_p} + \frac{1}{M-1} \sigma_0 \right] \left(\frac{r_p}{r} \right)^{k \left(1 - \frac{1}{M} \right)} - \frac{1}{M-1} \sigma_0 \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{M} \left[\left(\sigma_{r_p} + \frac{\sigma_0}{M-1} \right) \left(\frac{r_p}{r} \right)^{k \left(1 - \frac{1}{M} \right)} - \frac{M}{M-1} \sigma_0 \right] \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

再根据边界条件: $\sigma_r|_{r=a_u} = p_u$, 可得圆孔扩张的极限扩孔压力解答为

$$p_u = \left(\sigma_{r_p} + \frac{\sigma_0}{M-1} \right) \left(\frac{r_p}{a_u} \right)^{k \left(1 - \frac{1}{M} \right)} - \frac{\sigma_0}{M-1} \quad (22)$$

3.3 塑性区半径和最终灌浆压力

(1) 塑性区半径

根据式(18)可得塑性区半径为

$$r_p = a_u \left[\frac{G}{q_p} \frac{h(k+1)\sqrt{k+2}}{(k+h)} e^{\frac{B_0(h-1)}{h}} \right]^{\frac{h}{k+h}} \quad (23)$$

(2) 竖向劈裂土体时的竖向劈裂压力

由式 (22) 可得浆液竖向劈裂土体时的竖向劈裂压力为

$$p_{u1} = \left(\sigma_{rp} + \frac{\sigma_0}{M-1} \right) \left[\frac{Gh(k+1)\sqrt{k+2}}{q_p(k+h)} e^{-\frac{B_0(h-1)}{h}} \right]^{\frac{hk}{k+h} \left(1 - \frac{1}{M} \right)} - \frac{\sigma_0}{M-1} \quad (24)$$

(3) 水平向劈裂土体时的水平向劈裂压力

当竖向劈裂土体时, 则有

$$\sigma_r = M\sigma_z + \sigma_0 \quad (25)$$

$$\sigma_z = (p_{u1} + \sigma_\theta)v = vp_{u1} \frac{M+1}{M} \quad (26)$$

故水平向劈裂土体时的水平向劈裂压力为

$$p_{u2} = p_{u1}(M+1)v + \sigma_0 \quad (27)$$

从式 (24)、式 (27) 中也可以看出, 浆液压缩土体扩孔时的最终扩孔压力和最终扩孔半径 a_u 、土体压缩模量 E 、泊松比 ν 、内摩擦角 φ 、凝聚力 c 、土体的剪胀参数 h 、扩孔形式 k 、中间主应力、土体中的原存应力以及土体的屈服准则等因素有关。

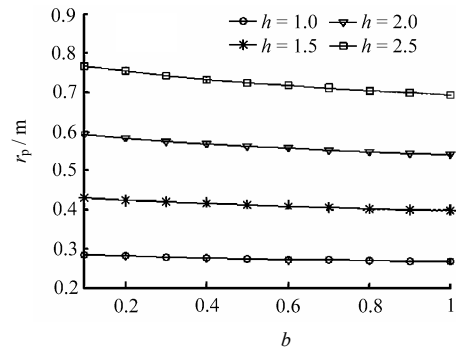
4 算例与分析

4.1 分析与讨论

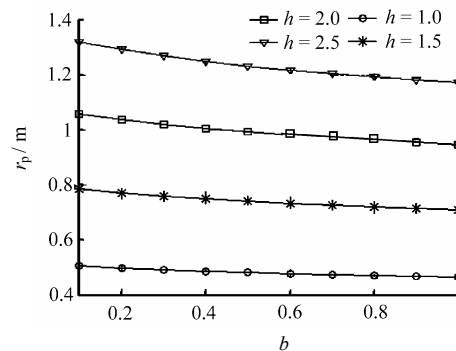
为了更好地了解土体在注浆过程中的应力和塑性区半径的变化规律, 选取一种土体的参数进行分析, 其参数如下: $E = 3\,000\text{ kPa}$, $\nu = 0.35$, $c = 13\text{ kPa}$, $\varphi = 15^\circ$, $m = 1$, $p_0 = 100\text{ kPa}$ 。对于球形扩孔和柱形扩孔时产生的最大塑性区半径、水平向和竖直向劈裂注浆压力在不同的材料参数 b 和剪胀参数 h 的情况下的变化趋势。最大塑性区半径变化趋势见图 2, 水平向和竖直向劈裂注浆压力的变化趋势如图 3、图 4 所示。

从图 2 中可以看出, 剪胀对塑性区半径的影响比 b 值对塑性区半径的影响要大得多, 而且球孔产生的塑性区半径在相同的情况下要比柱孔大。当剪胀系数大于 2 后, 塑性区半径与 b 的关系就呈现非线性关系。

从图 3 中可以看出, 竖向劈裂灌浆压力受土体剪胀系数的影响比 b 值大, 球孔受到的影响比柱孔更加明显。竖向劈裂灌浆压力与 b 值呈现非线性递增关系。当 $b = 0$, $h = 1$ 时, 柱孔的竖向劈裂灌浆压力约为 300 kPa , 球孔的竖向灌浆压力约为 500 kPa , 但当 $b = 0$, $h = 5.0$ 时, 柱孔的竖向劈裂灌浆



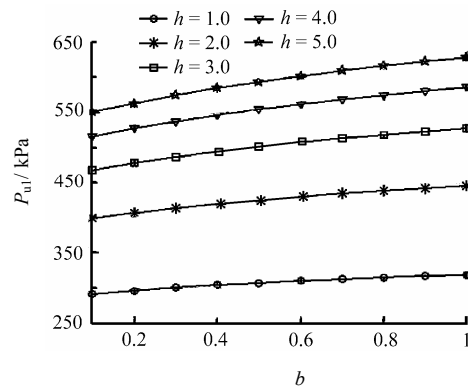
(a) $k = 1$



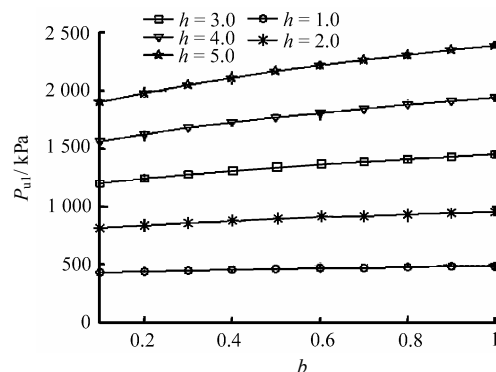
(b) $k = 2$

图 2 塑性区半径与 b 的变化趋势图

Fig.2 The relations between plastic radius and b



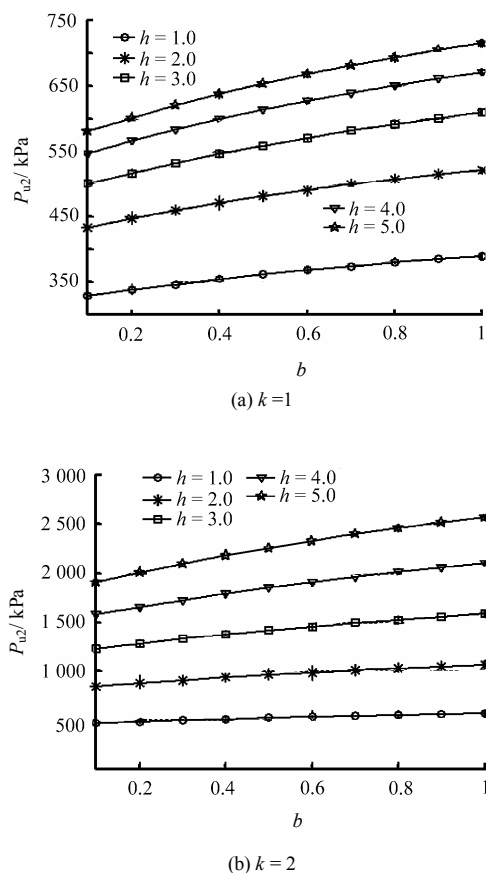
(a) $k = 1$



(b) $k = 2$

图 3 扩孔压力与 b 的变化趋势图

Fig.3 The relations between cavity expansion pressure and b

图4 扩孔压力与 b 的变化趋势图Fig.4 The relations between cavity expansion pressure and b

压力约为 550 kPa, 球孔的竖向灌浆压力约为 1 800 kPa, 二者相差十分悬殊。

从图4中可以看出, 水平向劈裂灌浆压力受土体剪胀系数的影响比 b 值的大, 球孔受到的影响比柱孔更加明显。水平向劈裂灌浆压力与 b 值呈现非线性递增关系。当 $b=0$, $h=1$ 时, 柱孔的水平向劈裂灌浆压力约为 330 kPa, 球孔的水平向灌浆压力约为 500 kPa。但当 $b=0$, $h=5.0$ 时, 柱孔的竖向劈裂灌浆压力约为 580 kPa, 球孔的竖向灌浆压力约为 1 900 kPa, 二者相差也十分悬殊。但不管是柱孔, 还是以球形形式进行扩孔, 对于同一种土体以相同的扩孔方式时, 扩孔注浆压力受到的影响不会很大; 同一种土体以不同的扩孔形式进行扩孔时, 起灌浆压力相差悬殊。

4.2 算例分析

本文采用某淤泥质隧道的劈裂灌浆试验来验证本文理论的可靠性。在该试验中采用自下而上的注浆方式, 以求使其为柱形扩孔形式。现场实测到的初始灌浆压力一般都在 440~570 kPa 之间, 其土体的各参数试验值分别为: $\nu=0.35$, $E=3.0$ MPa, $\varphi=15^\circ$, $c=17$ kPa, $p_0=134.4$ kPa, $a=15$ cm, $h=$

2.0, $b=0.2$, 利用式(24)和式(27)即可求得劈裂灌浆压力值。当 $k=1$ 时, 灌浆压力值分别为: $p_{u1}=587.9$ kPa, $p_{u2}=702.6$ kPa; 当 $k=2$ 时, 灌浆压力值分别为: $p_{u1}=1\,096.4$ kPa, $p_{u2}=1\,194.3$ kPa。从上述算例可以看出, 采用柱形扩孔形式进行预测灌浆压力较为合理, 从而初步证实了本文理论的可靠性。从笔者目前收集到的资料来看, 一般软土地基的劈裂灌浆压力在 400~600 kPa 之间, 对于隧道内突泥或塌方内劈裂灌浆, 在封闭情况下灌浆压力可以提高^[16]。因此, 本文的理论可以作为劈裂灌浆设计和施工时的理论依据。同样, 利用上述计算参数, 通过式(23), 可以求得塑性区扩孔半径在柱形和球形扩孔时分别为: 当为柱形扩孔时, $r_p=1.366$ m; 当为球形扩孔时, $r_p=0.797\,2$ m, 也与现场实例比较吻合。当然灌浆压力和扩孔半径还与浆液的黏度以及灌浆速率等因素有关, 在本文理论中虽然没有体现这些因素, 但对于劈裂灌浆的力学机制分析, 还是进行了有益的探索。

5 结 论

本文将劈裂灌浆的初始阶段视为无限土体中的圆孔扩张问题, 并将圆孔周围土体中的应力分布分为两个区域。在弹性区中土体服从小变形假设, 在塑性区中服从大变形假设。利用应力平衡方程、应力和应变连续的边界条件, 通过理论和算例分析后得出以下结论:

(1) 推导出了劈裂灌浆初始阶段的塑性区半径、竖向和水平向灌浆压力解析解以及圆孔周围土体中的应力场分布解。

(2) 通过算例分析可知, 劈裂灌浆压力与实际工程中的实测值比较接近, 说明了本文理论结果的可靠性。

(3) 对于偏应力而言, 随着 b 值的增大, 其偏应力值越大, 而且偏应力与 b 呈现非线性关系; 当扩孔形式为球孔时, 在相同的条件下, 它产生的偏应力要比柱孔产生的偏应力大。

(4) 对于塑性区半径而言, 剪胀对塑性区半径的影响比 b 值对塑性区半径的影响要大得多, 而且球孔产生的塑性区半径在相同的情况下要比柱孔大。当剪胀系数大于 2 后, 塑性区半径与 b 的关系就呈现非线性关系。

(5) 对于灌浆压力而言, 竖向和水平向劈裂灌浆压力受土体剪胀系数的影响比 b 值大, 球孔受到的影响比柱孔更加明显。竖向和水平向劈裂灌浆压力与 b 值呈现非线性递增关系, 约为 600 kPa; 球孔

的灌浆压力约为竖向劈裂灌浆压力 3 倍之多。但不管是柱形进行扩孔还是以球形形式进行扩孔,对于同一种土体以同一种形式扩孔时,注浆压力受到的影响不会很大;同一种土体以不同的形式进行扩孔时,起劈灌浆压力相差悬殊。

(6) 通过分析表明,本文所得理论中所考虑到的土体压缩性模量 E 、泊松比 ν 、内摩擦角 ϕ 、凝聚力 c 、屈服准则以及扩孔形式 k 等因素符合土体的实际工程特性。因此,本文理论可以作为劈裂灌浆设计与施工过程提供参考。

参考文献

- [1] 邹金锋. 扩孔问题的线性与非线性解析及其工程研究[D]. 长沙: 中南大学, 2007.
- [2] 邹金锋, 李亮, 杨小礼, 等. 考虑体变与大变形时高应力砂性土扩孔问题能耗分析方法比较[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(2): 426—432.
ZOU Jin-feng, LI Liang, YANG Xiao-li, et al. The Compare of energy dissipation analysis method of cavity expansion considering the large strain and volume change in sand soil under high stresses respectively[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(2): 426—432.
- [3] YANG XIAO-LI, ZOU JIN-FENG. Expansion pressure considering effects of large strain and dilation of softening soils[J]. **Journal of Central South University of Technology**, 2007, 14(S2): 158—162.
- [4] 邹金锋, 李亮, 杨小礼, 等. 压密注浆的能量分析方法[J]. 岩土力学, 27(3): 475—478.
ZOU Jin-feng, LI Liang, YANG Xiao-li, et al. Method of energy analysis for compaction grouting[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 27(3): 475—478.
- [5] 罗长军. 紫山灰坝迎灰坡裂缝成因分析及灌浆防治对策[J]. 岩土力学, 2004, 25(4): 666—670.
LUO Chang-jun. Cause analysis of crack formation on the ash-ward slope of Zishan dam and measures of prevention and cure with grouting[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(4): 666—670.
- [6] 罗长军. 土坝坝体劈裂式灌浆施工技术的商榷[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(9): 1 605—1 611.
LUO Chang-jun. Discussion on the construction technique of split grouting in body of earth dam[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(9): 1 605—1 611.
- [7] 丁金粟, 孙亚平. 土体水力劈裂力学机制剖析[C]// 第五届土力学及基础工程学术会议论文选集. 北京: 中国建筑工业出版社, 1990: 534—542.
- [8] 邹金锋, 李亮, 杨小礼, 等. 劈裂注浆能耗分析[J]. 中国铁道科学, 2006, 27(2): 52—55.
ZOU Jin-feng, LI Lang, YANG Xiao-li, et al. Energy dissipation in analysis crack grouting[J]. **China Railway Science**, 2006, 27(2): 52—55.
- [9] 邹金锋, 李亮, 杨小礼, 等. 土体劈裂灌浆力学机理分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(4): 625—628.
ZOU Jin-feng, LI Lang, YANG Xiao-li, et al. Mechanism analysis of fracture grouting in soil[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(4): 625—628.
- [10] 邹金锋, 李亮, 杨小礼, 等. 劈裂注浆扩散半径及压力衰减分析[J]. 水利学报, 2006: 37(3): 314—319.
ZOU Jin-feng, LI Lang, YANG Xiao-li, et al. Analysis of diffuse radius and pressure attenuation in crack grouting[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2006, 37(3): 314—319.
- [11] 范文, 俞茂宏, 陈立伟, 等. 考虑材料剪胀及软化的有压隧洞弹塑性分析的解析解[J]. 工程力学, 2004, 23(19): 3 213—3 220
FAN Wen, YU Mao-hong, CHEN Li-wei, et al. An analytic solution of elasto-plastic pressure tunnel considering material softening and dilatancy[J]. **Engineering Mechanics**, 2004, 23(19): 3 213—3 220.
- [12] 俞茂宏. 双剪理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [13] CAO L F, THE C I, CHANG M F. Undrained cavity expansion in modified tam clay I: theoretical analysis [J]. **Geotechnique**, 2001, 51(4): 323—334.
- [14] LAI FA CAO, CEE ING THE, MING-FANG CHANG. Analysis of undrained cavity expansion in elasto-plastic soils with non-linear elasticity [J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2002, 26:25—52.
- [15] COLLINS I F, YU H S. Undrained cavity expansions in critical state soils [J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1996, 20: 489—516.
- [16] 邝健政, 咎月稳, 王杰, 等. 岩土灌浆理论与工程实例[M]. 北京: 科学出版社, 2001.